





# ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

# ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

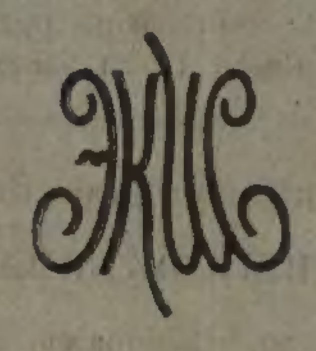
*Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.*

ОПРЕДѢЛЕНІЕМЪ УЧЕН. КОМИТ. МИН. НАРОДН. ПРОСВ.

РЕКОМЕНДОВАНЪ

для пріобрѣтенія: а) въ фундаментальныя и ученическія библіотеки мужскихъ гимназій, прогимназій и реальныхъ училищъ; б) въ библіотеки учительскихъ институтовъ, семинарій, женскихъ гимназій и городскихъ училищъ.

IV Семестра № 7-й.



КІЕВЪ.
Типографія И. Н. Кушнерева и К°, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.
1888.

## СОДЕРЖАНІЕ № 43.



ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ

# „ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ“

(съ 20-го августа 1886 года)

выходитъ книжками настоящаго формата, не менѣе 24 стр. каждая, съ рисунками и чертежами въ текстѣ, **три раза въ мѣсяцъ**, исключая каникулярнаго времени, по 12 №№ въ полугодіе, считая таковыя съ 15-го января по 15-ое мая и съ 20-го августа по 20-ое декабря.

## Подписная цѣна съ пересылкою:

**на годъ**—всего 24 №№ . . . . . **6 рублей** | **на одно полугодіе**—всего 12 №№—**3 рубля**

Книжнымъ магазинамъ 5% уступки.

Журналъ издается по полугодіямъ (семестрамъ), и на болѣе короткій срокъ подписка не принимается.

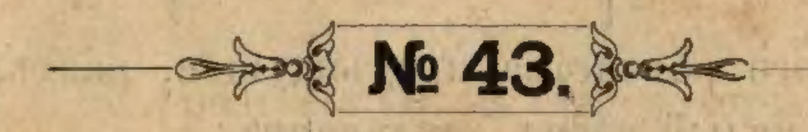
Текущіе №№ журнала отдѣльно не продаются. Нѣкоторые изъ разрозненныхъ №№ за истекшія полугодія, оставшіеся въ складѣ редакціи, продаются отдѣльно по 30 коп съ пересылкою.

Комплекты №№ за истекшія полугодія, сброшюрованные въ отдѣльные тома, по 12-ти №№ въ каждомъ, продаются по 2 р. 50 к. за каждый томъ (съ пересылкою).

Книжнымъ магазинамъ 20% уступки.

**За перемѣну адреса приплачивается всякій разъ 10 коп. марками.**

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

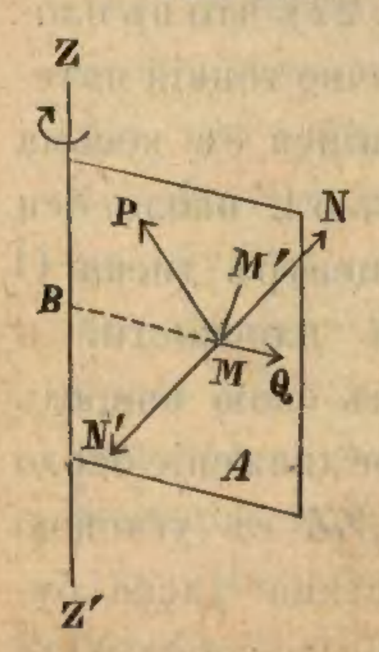



IV Сем. 15 Марта 1888 г. № 7.

## Элементарная теорія гироскоповъ.

§ 1. Всѣ интересныя движенія, представляемыя гироскопами различныхъ системъ, объясняются съ помощью одной теоремы, которая можетъ быть выведена элементарно, опираясь на свѣдѣнія по механикѣ, даваемыя въ курсахъ реальныхъ училищъ.

Фиг. 26.




Пусть (фиг. 26) плоскость A вращается равномѣрно съ угловою скоростью $\omega$ около оси ZZ' и въ этой плоскости движется нѣкоторая матеріальная точка M подъ дѣйствіемъ силы P, лежащей въ плоскости A. Для того, чтобы плоскость могла вращаться равномѣрно, мы должны приложить къ точкѣ M силу N' равную и противоположную нормальному давленію N, производимому на плоскость A движущеюся по ней матеріальною точкою M. Предположимъ, что такая сила N' дѣйствительно приложена, и постараемся опредѣлить ея величину.

Относительное движеніе точки M въ плоскости A совершается такъ, какъ будто бы эта матеріальная точка кромѣ силы P была подвержена еще центробѣжной силѣ Q, которая, какъ извѣстно, направлена по продолженію перпендикуляра BM, опущеннаго изъ M, на ось ZZ', и выражается формулою

$$Q = m\omega^2 y,$$

гдѣ $m$ есть масса матеріальной точки, а $y$=BM. Предположимъ, что въ безконечно малое время $\tau$ матеріальная точка проходитъ элементарный путь MM' || $\sigma$, направленіе котораго образуетъ съ осью ZZ' уголъ $\alpha$, и

напишемъ теорему живыхъ силъ для относительнаго движенія ея:

$$\text{раб. } P + m\omega^2 y\sigma \mathrm{Sin}\alpha = \frac{mv'^2}{2} - \frac{mv^2}{2},$$

гдѣ $v$ и $v'$ суть скорости относительнаго движенія въ M и M'.

Кромѣ этого напишемъ теорему живыхъ силъ для абсолютнаго движенія нашей матеріальной точки, которое совершается только подъ дѣйствіемъ силъ P и N':

$$\text{раб. } P + N'\omega y\tau = \frac{m}{2}\left\{v'^2 + \omega^2(y + \sigma\mathrm{Sin}\alpha)^2\right\} - \frac{m}{2}(v^2 + \omega^2 y^2).$$

Вычитая изъ этого равенства предъидущее, раздѣляя на $\omega y\tau$ и отбрасывая безконечно малый членъ, получаемъ:

$$N' - m\omega^2\frac{\sigma}{\tau}\mathrm{Sin}\alpha = m\omega^2\frac{\sigma}{\tau}\mathrm{Sin}\alpha,$$

откуда слѣдуетъ, что

$$N = 2m\omega v\mathrm{Sin}\alpha. \qquad (1)$$

Если бы мы предположили, что матеріальная точка двигается отъ M' къ M, то нашли бы во второй части формулы (1) знакъ (—). Это показываетъ, что сила давленія движущейся матеріальной точки на плоскость A совершается въ сторону противоположную вращенія этой плоскости, кода матеріальная точка удаляется отъ оси ZZ', и въ сторону вращенія плоскости A, если матеріальная точка приближается къ оси ZZ'.

Фиг. 27.

§ 2. Вообразимъ (фиг. 27), что въ плоскости YOZ лежитъ безконечно тонкій матеріальный дискъ, вращающійся съ весьма большою угловою скоростью Ω около оси XX', проходящей чрезъ центръ диска O и перпендикулярной его плоскости, и допустимъ, что эта ось въ свою очередь приведена во вращательное движеніе около перпендикулярной ей оси ZZ' съ угловою скоростью ω. Каждая частица диска будетъ при этомъ давить на плоскость YOZ силою N, опредѣяемою по формулѣ (1). Проведемъ изъ точки O ось YY' перпендикулярную къ осямъ XX' и ZZ' и возьмемъ относительно ея двѣ симметричныя частицы диска M и M'. Называя чрезъ $r$ разстоянія этихъ частицъ отъ центра O и чрезъ $\alpha$ — уголъ MOY, найдемъ по формулѣ (1) для силы оказываемаго ими давленія величину

$$N = 2m\omega\Omega r\mathrm{Sin}\alpha.$$

При этомъ давленіе частицы M будетъ направлено въ сторону вращенія $\omega$, а давленіе частицы $M'$—въ обратную сторону. Эти двѣ силы давленія образуютъ пару $(N_1 - N)$, моментъ который будетъ такой:

$$2m\omega\Omega r \mathrm{Sin}\alpha . MM' = 4m\omega\Omega r^2 \mathrm{Sin}^2\alpha.$$

Пара эта стремится повернуть дискъ около оси $YY'$ такъ, чтобы ось вращенія $\Omega$ приблизилась къ оси вращенія $\omega$ (оси мы считаемъ направленными въ ту сторону, глядя изъ которой, вращеніе совершается по солнцу). Такія же пары будутъ получаться для симметричныхъ точекъ, взятыхъ на площади диска за осью $ZZ'$. Если сложимъ найденную пару силъ съ парою силъ давленій, происходящихъ отъ вліянія симметричныхъ точекъ K и $K'$, радіусы OK и $OK'$ которыхъ тоже равны $r$, а по направленію перпендикулярны радіусамъ OM и $OM'$, то найдемъ равнодѣйствующую пару съ моментомъ

$$4m\omega\Omega r^2 \mathrm{Sin}^2\alpha + 4m\Omega\omega r^2 \mathrm{Cos}^2\alpha = 4m\omega\Omega r^2.$$

Отсюда слѣдуетъ, что моментъ L равнодѣйствующей пары, происходящей отъ давленій всѣхъ частицъ диска на плоскость YOZ будетъ

$$L = 4\omega\Omega\Sigma mr^2,$$

гдѣ сумма распространяется на четверть диска, или

$$L = \omega\Omega\Sigma mr^2, \qquad (2)$$

гдѣ сумма распространяется на весь дискъ.

Если бы мы имѣли не безконечно тонкій дискъ, а какое нибудь тѣло вращенія относительно оси $XX'$, то мы могли бы его разбить на безконечно тонкіе диски и, опредѣливъ пару, соотвѣтствующую каждому изъ нихъ, по форм. (2), сложить моменты всѣхъ этихъ паръ (при чемъ то обстоятельство, что ось $ZZ'$, около которой совершается вращеніе $\omega$, не будетъ лежать въ плоскостяхъ дисковъ, не окажетъ вліянія на опредѣленіе давленій N). Вслѣдствіе этого замѣчанія форм. (2) приложима къ какому-нибудь тѣлу вращенія, при чемъ входящую въ нее сумму надо распространять на всѣ частицы тѣла. Такая сумма называется моментомъ инерціи тѣла относительно оси $XX'$.

Наконецъ, если бы ось вращенія $\omega$ образовывала съ осью вращенія $\Omega$ нѣкоторый уголъ $\beta$, то слѣдовало бы разложить вращеніе $\omega$ на вращеніе, совершающееся около оси перпендикулярной $\Omega$, и на вращеніе, совершающееся около этой оси. При этомъ разсматриваемая нами пара будетъ зависѣть только отъ перваго вращенія и такъ какъ угловая скорость этого вращенія есть $\omega\mathrm{Sin}\beta$, то моментъ пары будетъ:

$$L = \omega \mathrm{Sin}\beta\Omega\Sigma mr^2. \qquad (3)$$

Изъ всего сказаннаго получается наша основная теорема. *Если какое-нибудь тѣло вращенія вращается около своей оси съ угловою скоростью $\Omega$ и мы будемъ повертывать ось этого тѣла около нѣкоторой*

*оси, образующей съ осью тѣла уголъ* $\beta$, *съ угловою скоросью* $\omega$, *то явится пара съ моментомъ равнымъ произведенію* $\omega\Omega\mathrm{Sin}\beta$ *на моментъ инерціи тѣла, стремящаяся повернуть ось тѣла къ оси сообщаемаго вращенія такъ, чтобы при совпаденіи осей вращенія* $\Omega$ *и* $\omega$ *совершались бы въ одну сторону.*

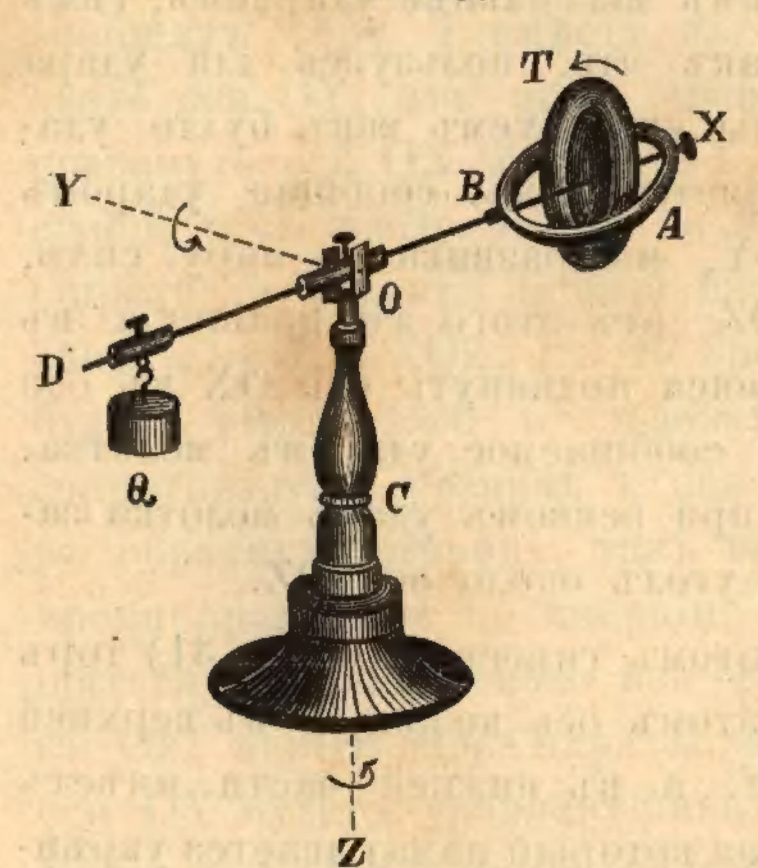
§ 3. *Гироскопы Фуко* (*Foucault*) и *Плюкера* (*Plucker*). Фуко устроилъ два гироскопа, изъ которыхъ первый представленъ на фиг. 28. Онъ состоитъ изъ тора T, ось котораго укрѣплена въ кольцѣ A; это кольцо соединено съ рычагомъ B, опирающимся съ помощью острія O на подставку C. Торъ приводится съ помощію особаго механизма (системы зубчатыхъ колесъ) въ быстрое вращеніе $\Omega$, которое мы будемъ воображать совершающимся по солнцу для наблюдателя, глядящаго отъ X къ O. Потомъ рычагъ опираютъ концомъ O на подставку и держатъ горизонтально съ помощію нити XD; при этомъ натяженіе нити будетъ таково, какъ если бы торъ не вращался, потому что указанная нами пара L можетъ явиться только при поворачиваніи оси тора. Если нить пережечь, то торъ начинаетъ падать, и ось его вращается около оси OY по солнцу. Вслѣдствіе этого является пара, которая, стремясь повернуть ось тора OX къ оси OY, сообщитъ гироскопу вращеніе около оси OZ тоже по солнцу; отъ этого вращенія въ свою очередь явится новая пара, которая, стремясь повернуть ось OX къ оси OZ, будетъ уничтожать скорость паденія гироскопа и уравновѣшивать его вѣсъ. Послѣ нѣсколькихъ колебаній (которыя затухнутъ отъ тренія точки опоры и сопротивленія воздуха) гироскопъ начнетъ вращаться около оси OZ съ постоянною угловою скоростью $\omega$, удерживаясь на вѣсу дѣйствіемъ пары L, опредѣляемой по форм. (3). При этомъ вращеніе $\omega$ будетъ тѣмъ менѣе, чѣмъ болѣе скорость $\Omega$, что прямо видно изъ формулы. Когда, по прошествіи нѣкотораго времени, $\Omega$ начнетъ уменьшаться, то гироскомъ начнетъ вращаться около оси OZ все скорѣе и скорѣе. Если передъ рычагомъ BO поставить какое-нибудь неподвижное тѣло, напримѣръ держать карандашъ, то, какъ только рычагъ подойдетъ къ карандашу, гироскопъ сейчасъ же опустится внизъ. Это происходитъ оттого, что при $\omega=0$ имѣемъ въ форм. (3) $L=0$. Если хотимъ пустить гироскопъ, удерживая его сначала рукою за точку X, то слѣдуетъ сразу отнимать руку, потому что при робкомъ отнятіи можно уронить гироскопъ.

Фиг. 28.

Гироскопъ Плюкера, представленный на (фиг. 29), отличается отъ вышеописаннаяго присоединеніемъ противовѣса Q. Здѣсь рычагъ BD, держащій кольцо A, проходитъ въ точкѣ O чрезъ муфту (которая можетъ

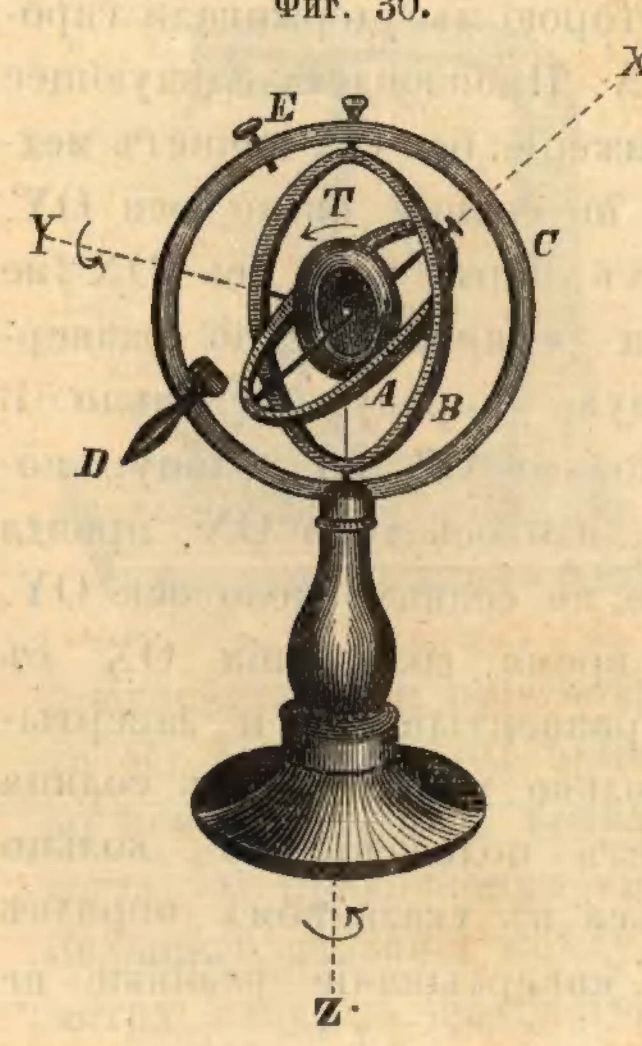
вращаться около горизонтальной и вертикальной оси) и несетъ на своемъ продолженiи OD подвижной грузъ Q.

Фиг. 29.




Помѣстивъ грузъ такъ, чтобы онъ перевѣшивалъ гироскопъ, приведемъ торъ съ помощью нитки въ быстрое вращенiе Ω по солнцу, для наблюдателя, глядящаго отъ X къ O; потомъ, удерживая гироскопъ рукою за точку X, поставимъ рычагъ горизонтально и быстро отнимемъ руку. Вслѣдствiе паденiя груза Q торъ T будетъ подниматься и вращаться около оси OY по солнцу. Это образуетъ пару, которая, стремясь приблизить ось OX къ оси OY, сообщитъ гироскопу вращенiе ω около вертикальной оси для наблюдателя, глядящаго сверху противъ солнца, а для наблюдателя, глядящаго снизу отъ Z въ O по солнцу. Отъ этого послѣдняго вращенiя явится пара L, стремящаяся приблизить ось OX къ оси OZ, которая будетъ уравновѣшивать грузъ Q. Это равновѣсiе установится послѣ нѣсколькихъ колебанiй, и гироскопъ, держась на вѣсу, будетъ равномѣрно вращаться около вертикальной оси противъ солнца для наблюдателя, глядящаго сверху. Разумѣется, что, передвинувъ или снявъ гирьку, мы можемъ гироскопъ Плюкера заставить двигаться такъ же, какъ гироскопъ Фуко.

Фиг. 30.

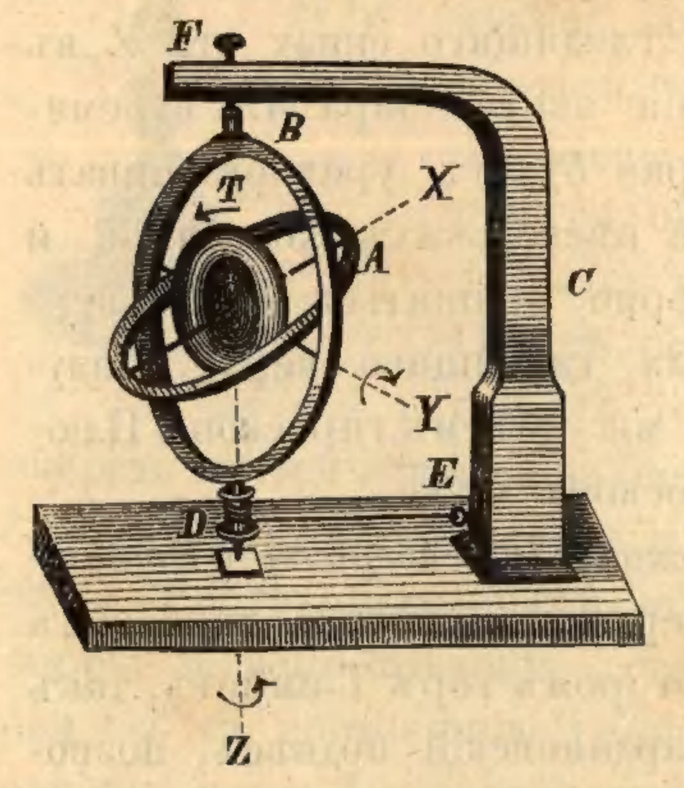



§ 4. *Гироскопъ Боненбергера (Bohnenberger).* Боненбергеръ устроилъ гироскопъ (фиг. 30), въ которомъ торъ T имѣетъ, такъ называемый, кардановскiй подвѣсъ, позволяющiй ему свободно вращаться около всякой оси, проходящей чрезъ центръ тора O. Приведемъ кольцо B въ плоскость неподвижнаго кольца C и скрѣпимъ ихъ штифтомъ E; сообщимъ тору съ помощiю нитки быстрое вращенiе и толкнемъ кольцо A. Мы увидимъ, что это кольцо будетъ вращаться вмѣстѣ съ осью тора, какъ будто бы торъ не имѣлъ вращенiя около своей оси. Это произойдетъ оттого, что вслѣдтвiе штифта E кольцо B не можетъ вращаться отъ дѣйствующей на него пары, а если нѣтъ вращенiя кольца B, то нѣтъ и пары, стремящейся

вращать торъ около оси OY кольца A. Совсѣмъ другое явленіе представляется, когда мы вынимаемъ штифтъ E. Тогда ударъ въ кольцо A почти не приводитъ его въ движеніе, и чѣмъ мы сильнѣе ударяемъ, тѣмъ болѣе намъ сопротивляется кольцо A, такъ что, пользуясь для удара небольшимъ деревяннымъ молоткомъ D, мы чувствуемъ какъ будто ударяемъ по неподвижному тѣлу. Это объясняется такъ: сообщая ударомъ угловую скорость кольцу A около оси OY, мы развиваемъ пару силъ, которая вращаетъ гироскопъ около оси OZ; отъ этого же вращенія въ свою очередь развивается пара, стремящаяся подвинуть ось OX къ оси OZ и уничтожающая вращеніе кольца A, сообщаемое ударомъ молотка. Въ подтвержденіе сказаннаго, мы будемъ при всякомъ ударѣ молотка замѣчать поворотъ кольца B на нѣкоторый уголъ около оси OZ.

§ 5. *Гироскопъ Арди (Hardy).* Въ этомъ гироскопѣ (фиг. 31) торъ имѣетъ тоже кардановскій подвѣсъ, при этомъ ось кольца B въ верхней своей части опирается на остріе винта F, а въ нижней части имѣетъ шкивокъ D, на который наматывается укрѣпленная на немъ однимъ концомъ резинка DE; другой же конецъ резинки укрѣпляется въ точкѣ E къ неподвижной подставкѣ C. Завертываемъ резинку такъ, чтобы она, развертываясь, вращала гироскопъ по солнцу около оси OZ, потомъ сообщаемъ тору T быстрое вращеніе Ω по солнцу для наблюдателя, глядящаго изъ X въ O, и отпускаемъ руку, которою мы удерживали гироскопъ за точку A. Произойдетъ слѣдующее оригинальное движеніе: ось OX начнетъ медлено вращаться по солнцу около оси OY, резинка же не будетъ развертываться до тѣхъ поръ, пока ось OX не приблизится къ положенію OD; въ это время резинка быстро развернется, потомъ опять завернется въ обратную сторону, и кольцо B быстро сдѣлаетъ нѣсколько оборотовъ около оси OZ по солнцу; потомъ кольцо B остановится, и мы замѣтимъ, что ось тора OX, пройдя чрезъ положеніе OD, продолжаетъ вращаться по солнцу около оси OY, медленно приближаясь къ прямой OF; во время совпаденія OX съ этою прямой произойдетъ опять быстрое развертываніе и завертываніе резинки, и кольцо B повернется нѣсколько разъ противъ солнца около оси OZ; далѣе ось OX пройдетъ чрезъ положеніе OF, кольцо B остановится и явленіе начнетъ повторяться въ указанномъ порядкѣ до тѣхъ поръ, пока все уменьшающееся навертываніе резинки не уничтожится.

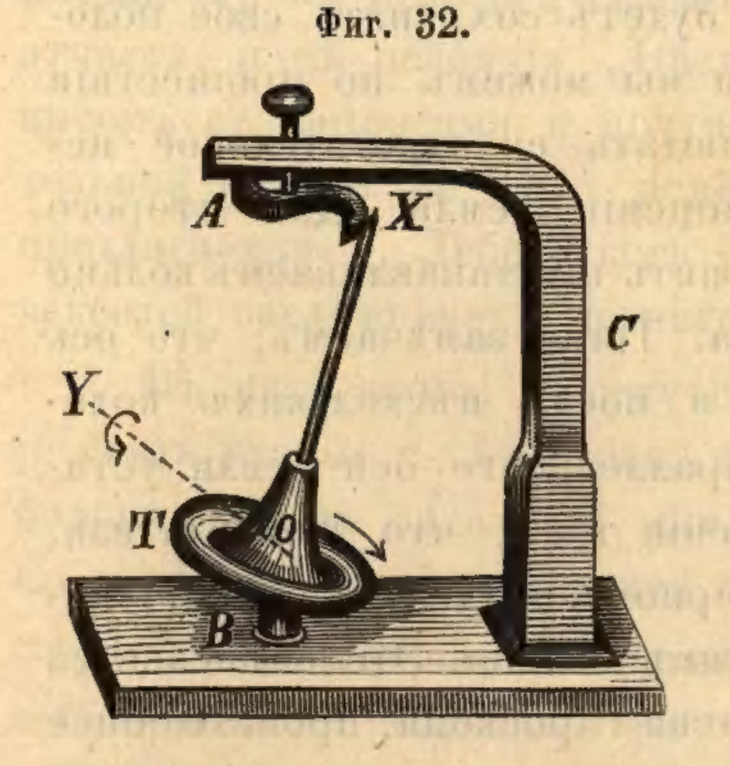
Фиг. 31.



Обращаемся къ объясненію этого движенія. Сначала резинка сообщитъ кольцу нѣкоторую скорость вращенія около оси OZ по солнцу и этимъ разовьется пара, которая, стремясь соединить оси OX и OZ, сообщитъ тору T вмѣстѣ съ кольцомъ A угловую скорость ω по солнцу около оси OY; отъ этого вращенія произойдетъ пара L, стремящаяся подвинуть ось OX къ оси OY, которая уничтожитъ скорость вращенія, сообщенную около оси OZ и будетъ уравновѣшивать натяженіе резинки. Опредѣляя моментъ L этой пары по форм. (3), мы должны будемъ за β считать уголъ XOZ. Въ то время, когда ось OX приметъ положеніе OD, будемъ имѣть $\beta=0$ и слѣдовательно $L=0$. При этомъ ничто ни будетъ сопротивляться резинкѣ и она развернется, но потомъ опять завернется въ обратную сторону, такъ какъ кольцо B будетъ продолжать нѣкоторое время вращаться по инерціи. За симъ, когда ось OX, продолжая вращаться по солнцу около оси OY, начнетъ удаляться отъ OD, приближаясь къ OF, явится снова пара L, которая, стремясь приблизить ось OX къ оси OY будетъ уравновѣшивать натяженіе обратно навернутой резинки. Когда ось OX приметъ положеніе OF, то L обратится опять въ нуль; резинка снова развернется, и завернется, причемъ кольцо B повернется нѣсколько разъ около оси OZ противъ солнца, и т. д.

§ 6. *Гироскопъ Сира (Sire)* Этотъ гироскопъ состоитъ (фиг. 32) изъ тора T, ось котораго своимъ нижнимъ концомъ опирается остріемъ на подставку B, а своимъ верхнимъ концомъ можетъ быть или укрѣплена въ центрѣ горизонтальной фигурки A (тогда ось будетъ стоять вертикально), или приложена къ периметру этой фигурки. Центръ тяжести тора лежитъ на его оси нѣсколько ниже нижней точки опоры. Сначала, приподнявъ фигурку A съ помощью верхней пуговки, укрѣпляютъ верхній конецъ оси въ центрѣ фигурки и приводятъ торъ T съ помощью нитки въ быстрое вращеніе. Потомъ, нѣсколько поднявъ фигурку A, толкаютъ ось тора въ сторону, такъ что она начнетъ описывать нѣкоторый конусъ (явленіе объясненное въ § 3). Далѣе нѣсколько опускаютъ фигурку A и стараются прикоснуться ея периметромъ къ оси тора. Какъ только это случится, то ось тора какъ бы прилипнетъ къ периметру фигурки и будетъ катиться по немъ, слѣдуя за всѣми его изгибами. Это явленіе объясняется такъ: когда мы прикоснемся краемъ фигурки A къ оси тора, то, вслѣдствіе не большаго давленія между фигуркой и осью, послѣдняя покатится по периметру фигурки, вслѣдствіе чего обрузуется вращенье около оси OY, а

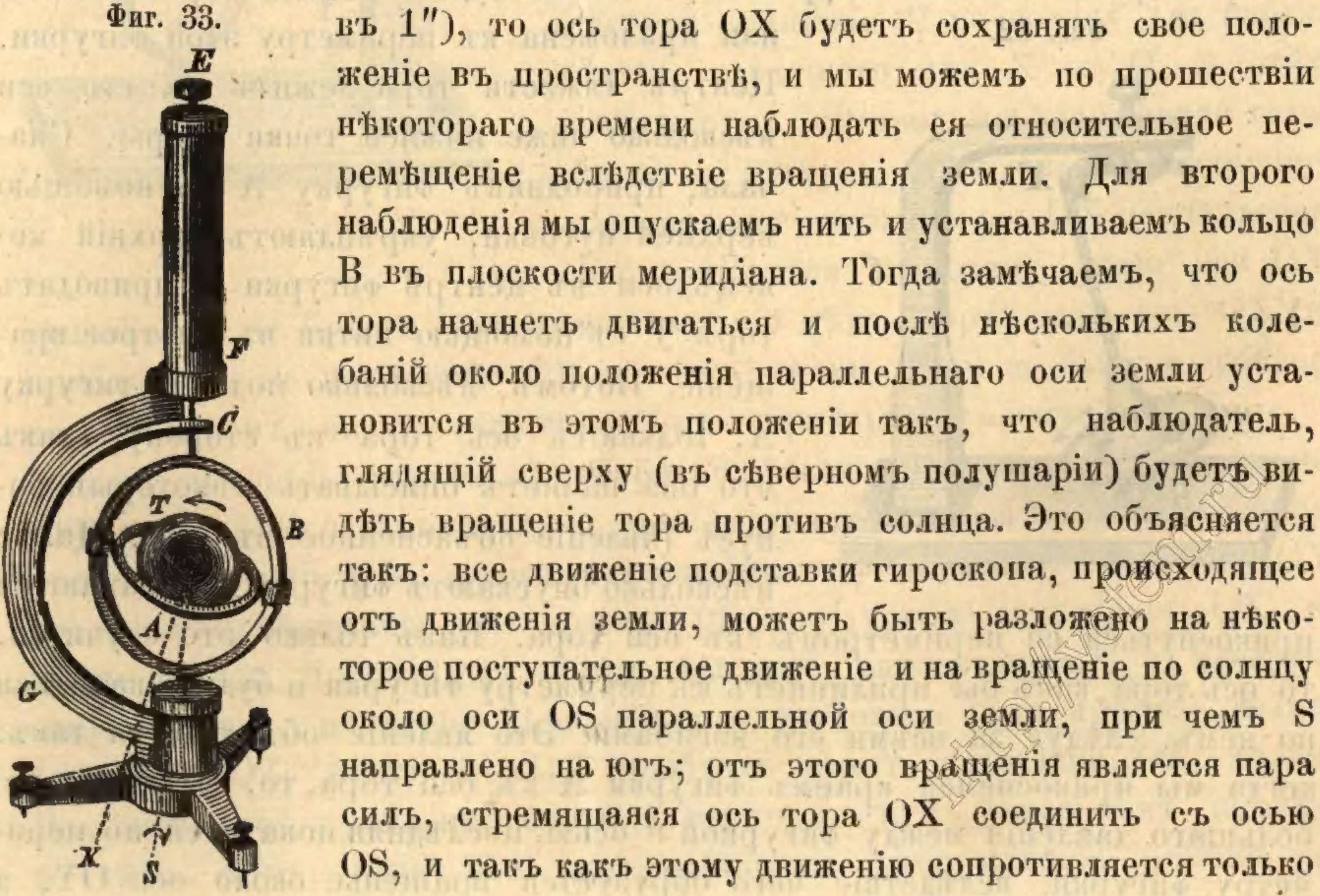
Фиг. 32.



это обстоятельство послужитъ образованiю пары силъ, которая, стремясь повернуть ось OX къ оси OY, будетъ нажимать ось тора на периметръ фигурки A съ довольно значительною силою, и эта ось, катясь по периметру, будетъ слѣдовать за всѣми его изгибами.

§ 7. *Второй гироскопъ Фуко.* Второй гироскопъ былъ устроенъ Фуко для обнаруженiя вращательнаго движенiя земли. По конструкцiи онъ схожъ съ гироскопомъ Боненбергера и отличается отъ него только приспособленiями для уменьшенiя тренiя. Эти приспособленiя (фиг. 33) заключаются въ томъ, что концы оси кольца A замѣнены стальными призмами, опирающимися на агатовыя пластинки въ кольцѣ B (на подобiе точки опоры вѣсовъ); кольцо же B верхнимъ острiемъ своей оси проходитъ чрезъ направляющую C и подвѣшивается на нити CE, заключенный въ футлярѣ F, а нижнимъ острiемъ D проходитъ чрезъ отверстiе въ подставкѣ G. Приборъ снабженъ установочными винтами, съ помощiю которыхъ ось его устанавливается въ вертикальномъ положенiи, и хорошо центрированъ, такъ что торъ остается въ равновѣсiи во всякомъ положенiи. Кромѣ того мы можемъ сдѣлать неподвижнымъ кольцо B, опуская съ помощiю винта E нить EC и опирая нижнее острiе D въ отверстiе подставки, или связать въ одно цѣлое кольца A и B (съ помощiю особаго приспособленяi), при чемъ плоскости ихъ будутъ взаимно перпендикулярны. Описываемый гироскопъ позволяетъ дѣлать три рода наблюденiй. Если, сохраняя свободу обоихъ колецъ, сообщить тору съ помощiю системы зубчатыхъ колесъ быстрое вращенiе (до 250 оборотовъ въ 1″), то ось тора OX будетъ сохранять свое положенiе въ пространствѣ, и мы можемъ по прошествiи нѣкотораго времени наблюдать ея относительное перемѣщенiе вслѣдствiе вращенiя земли. Для второго наблюденiя мы опускаемъ нить и устанавливаемъ кольцо B въ плоскости меридiана. Тогда замѣчаемъ, что ось тора начнетъ двигаться и послѣ нѣсколькихъ колебанiй около положенiя параллельнаго оси земли установится въ этомъ положенiи такъ, что наблюдатель, глядящiй сверху (въ сѣверномъ полушарiи) будетъ видѣть вращенiе тора противъ солнца. Это объясняется такъ: все движенiе подставки гироскопа, происходящее отъ движенiя земли, можетъ быть разложено на нѣкоторое поступательное движенiе и на вращенiе по солнцу около оси OS параллельной оси земли, при чемъ S направлено на югъ; отъ этого вращенiя является пара силъ, стремящаяся ось тора OX соединить съ осью OS, и такъ какъ этому движенiю сопротивляется только

Фиг. 33.



весьма малая сила тренія призмъ, то послѣ нѣсколькихъ колебаній ось OX займетъ положеніе OS. Чтобы произвести третье наблюденіе, скрѣпляемъ между собою кольца A и B и поднимаемъ нить, причемъ кольцо A становится горизонтально; тогда замѣчаемъ, что кольцо B по прошествіи нѣкотораго времени становится перпендикулярно къ плоскости меридіана. Это объясняется такъ: вертикальная плоскость, проходящая чрезъ прямую OS, и есть плоскость меридіана; если ось тора OX не лежитъ въ этой плоскости, то, стремясь приблизиться къ OS, она будетъ двигаться въ своей горизонтальной плоскости и послѣ нѣсколькихъ колебаній остановится въ плоскости меридіана.

Пр. *Н. Жуковскій* (Москва).

---

# О математическомъ учетѣ векселей г. Лебедева.

Въ ноябрской книжкѣ „Педагогическаго сборника" за прошлый 1887 г. была помѣщена статья г. Лебедева: „Замѣчаніе о математическомъ учетѣ векселей" (стр. 421), о которой было бы приличнѣе всего никогда и нигдѣ не упоминать. Но, къ сожалѣнію, одна фраза въ этой статьѣ оказалась справедливою, а именно послѣдняя, въ которой авторъ „льститъ себя надеждою, что высказанныя имъ соображенія найдутъ сторонниковъ въ педагогическомъ мірѣ." Это оправдалось по крайней мѣрѣ отчасти, и въ редакціи „Вѣстника" получено съ тѣхъ поръ нѣсколько писемъ съ запросами и почти съ претензіями, почему о столь замѣчательной работѣ не было рецензіи, ни даже отчета въ журналѣ, когда предлагаемая г. Лебедевымъ реформа въ теоріи математическаго учета векселей заслуживаетъ полнаго вниманія и пр., пр.

Въ виду этого, я вижу себя вынужденнымъ помѣстить здѣсь краткій разборъ статьи г. Лебедева, извинившись предварительно передъ тѣмъ большинствомъ читателей, для которыхъ своеобразное deductio ex absurdo г. Лебедева не нуждается въ разъясненіи.

Для читателей, не знакомыхъ съ толкованіями г. Лебедева, привожу ихъ сущность, замѣнивъ его численные примѣры однимъ буквеннымъ.

Пусть капиталъ $a$ отданъ лицомъ A лицу B на время $t$ (мѣсяцевъ) по $r\%$ (годовыхъ) и пусть взамѣнъ этого лицо B выдало лицу A срочный вексель на сумму $a+b$, гдѣ $b=\frac{art}{12.100}$. Предположимъ далѣе, что заимодавецъ A по истеченіи $m$ мѣсяцевъ продаетъ свой вексель третьему лицу C за $n=t-m$ мѣсяцевъ до срока. Назовемъ сумму, уплоченную за век-

сель новымъ его владѣльцемъ С прежнему владѣльцу А, черезъ $a+x$; тогда разность

$$(a+b)-(a+x)=b-x$$

представитъ то, что принято называть *учетомъ* векселя.

Заемъ капитала $a$ подъ вексель—есть одна сдѣлка, а перепродажа векселя на сумму $a+b$—есть другая сдѣлка, отъ первой совершенно независящая. *Г. Лебедевъ этого не признаетъ,* и, забывая, что лицу С, пріобрѣтающему вексель, нѣтъ рѣшительно никакого дѣла до прежнихъ условій между А и В, ставитъ непремѣннымъ требованіемъ, чтобы процентъ учета былъ тоже $=r$. Это 1-ая ошибка.

Но, предположимъ, что условіе г. Лебедева удовлетворено, т. е. что учетъ приходится вычислять по тому-же проценту $r$, на которой былъ первоначально отданъ капиталъ $a$.

Вексель переуступается, вообще говоря, когда его владѣльцу самому понадобились деньги; слѣдовательно при переходѣ векселя изъ рукъ въ руки выгоды остаются (какъ и всегда) на сторонѣ лица, платящаго наличныя деньги. *Г. Лебедевъ этого не признаетъ.* По его теоріи при продажѣ векселя всѣ выгоды должны быть на сторонѣ лица, продающаго вексель. Ему нѣтъ дѣла до прибыли лица С, онъ вычисляетъ учетъ такъ, чтобы прибыль лица А (т. е. величина $x$) была точь въ точь равна полнымъ $r$ процентамъ съ капитала $a$ за $m$ мѣсяцевъ, т. е. чтобы

$$x=\frac{arm}{12.100}.$$

Вслѣдствіе этого учетъ г. Лебедева равенъ

$$b-x=\frac{a(m+n)r-arm}{12.100}=\frac{anr}{12.100},$$

что представляетъ 2-ую, крайне грубую ошибку.

Если лицо С пріобрѣтаетъ чужой вексель, за $n$ мѣс. до срока, это значитъ, что оно желаетъ отдать свои деньги на $n$ мѣсяцевъ на извѣстные проценты. Если учетъ по условію дѣлается напр. по $r\%$, то лицо С, платя за вексель сумму $a+x$, ожидаетъ получить по истеченіи $n$ мѣсяцевъ сумму

$$(a+x)+\frac{(a+x)nr}{12.100}=a+b.$$

Слѣдовательно, для того чтобы лицо С могло получить полные $r$ процентовъ на затраченный капиталъ $(a+x)$ по истеченіи $n$ мѣсяцевъ, необходимо, чтобы учетъ былъ

$$b-x=\frac{(a+x)nr}{12.100}.$$

*Г. Лебедевъ этого не признаетъ* и совершенно упускаетъ изъ виду, что выведенная имъ величина учета $\frac{anr}{12.100}$ вовсе не составляетъ $r$ процентовъ съ капитала, затраченнаго покупателемъ векселя.

Короче: прибыль продавца векселя, т. е. наша величина $x$, у г. Лебедева всегда равна

$$x = b.\frac{m}{m+n},$$

а у всѣхъ прочихъ людей, понимающихъ условія математическаго учета векселей, она равна

$$x = b.\frac{m}{m+n\left(\frac{a+b}{a}\right)}.$$

Такое толкованіе математическаго учета, какое даетъ въ своей статьѣ г. Лебедевъ, возможно лишь какъ частная, безобидная по теоріи сдѣлка, въ томъ *единственномъ* случаѣ, когда вексель *выкупается до срока самимъ должникомъ и по его желанію* (C=B), а не потому что заимодавцу (A) самому понадобились деньги. Тогда, конечно, всѣ проценты ($r$) должны быть уплочены сполна (лицомъ B) по день выкупа векселя $\left(x = b.\frac{m}{m+n}\right)$, ибо въ противномъ случаѣ заимодавецъ не имѣлъ бы основаній согласиться на выкупъ векселя до срока. Но такой выкупъ, основанный на обоюдномъ согласіи, вовсе не есть *учетъ* (дисконтъ) *векселя*, а ускореніе платежа по нему.

Изложивъ на примѣрахъ свой учетъ векселей, г. Лебедевъ не стѣсняясь говоритъ: „Таковъ долженъ быть математическій учетъ. Математическій учетъ есть учетъ по преимуществу развивающій; онъ даетъ „возможность молодому уму правильно мыслить и доступенъ его пониманію; *коммерческій же учетъ, будучи невѣренъ, не допускаетъ правильнаго „разсужденія*. А потому, по нашему мнѣнію, въ курсѣ III кл. долженъ „разсматриваться исключительно математическій учетъ, коммерческій же „можетъ быть разсмотрѣнъ при повтореніи ариѳметики въ старшихъ „классахъ."

Оставляя безъ вниманія всю эту тираду, кромѣ курсивомъ отмѣченной (мною) фразы, предупреждаю довѣрчивыхъ читателей, что и въ этой фразѣ г. Лебедевъ непростительно ошибается. Коммерческій учетъ векселей вовсе не невѣренъ, а плохо разъясненъ въ учебникахъ ариѳметики (которые берутся не за свое дѣло, толкуя дѣтямъ о финансовыхъ операціяхъ). Напротивъ, чаще всего невѣрнымъ оказывается математическій

учетъ, если его примѣнять къ задачамъ не изъ книги, а изъ дѣйствительной жизни. Въ обществѣ устанавливаются обычаи независимо отъ того, что объ нихъ толкуютъ по рутинѣ наши учебныя книжки. Однимъ изъ такихъ обычаевъ—есть *уплата процентовъ впередъ*, и потому, при займѣ капитала въ $a$ рублей по $r^0/_0$ на $t$ (мѣсяцевъ) въ векселѣ чаще всего не пишется сумма $a+b$ (гдѣ $b=\frac{art}{12,100}$), а попросту сумма $a$, но за то всѣ проценты (обыкновенно не болѣе какъ за годъ) выплачиваются тогда-же. Слѣдовательно, въ сущности заимодавецъ даетъ только $a-b$ рублей при полученіи векселя. Примѣните къ учету такого векселя математическій способъ (не только Лебедевскій, но и обыкновенный), и вы получите абсурдъ, ибо лицо, выдавшее подъ вексель

$$a-b=a\left(1-\frac{rt}{12.100}\right) \text{ рублей,}$$

получило бы, дисконтируя этотъ вексель тотчасъ же по математическому учету, по тѣмъ-же процентамъ, сумму:

$$a\left(1-\frac{rt}{12(100+r)}\right)$$

т. е. на $\frac{atr^2}{12.100(100+r)}$ больше. Коммерческій же учетъ, напротивъ, въ подобныхъ случаяхъ (а ихъ громадное большинство) единственно возможенъ и точенъ, и на самомъ дѣлѣ онъ потому и употребляется, (а не потому, что онъ проще и выгоднѣе для покупателя векселя) что вполнѣ соотвѣтствуетъ установившимся условіямъ при современныхъ денежныхъ операціяхъ.

*Ш.*

---

# Научная хроника.

## Физика.

**Засѣданіе физическаго отдѣленія Русскаго Физико-Химическаго Общества 23-го февраля.** Подъ предсѣдательствомъ проф. Д. К. Бобылева были сдѣланы слѣдующіе доклады: 1) П. И. Брауновъ сообщилъ результаты сравненія ртутнаго барометра Петербургской Главной Физической Обсерваторіи съ такими же барометрами заграничныхъ метеорологическихъ учрежденій; оказалось, что показанія барометровъ въ Парижѣ, Гамбургѣ, Северѣ, Вѣнѣ *ниже* показаній петербургскаго барометра, при чемъ разность не превышаетъ 0,1 мм., въ Берлинѣ же и въ Цюрихѣ барометръ на нѣсколько сотыхъ миллиметра *выше* петербургскаго.

Наибольшія отступленія дали барометры въ Утрехтѣ и Брюсселѣ.— 2) Студентъ Коломеецъ сообщилъ о своихъ фотометрическихъ изслѣдованіяхъ во время полнаго луннаго затменія 16-го Января 1888 г.; докладчикъ показалъ вычерченную имъ кривую, изображающую измѣненіе силы луннаго свѣта съ фазою затменія.—Н. Д. Пильчиковъ (изъ Харькова) сообщилъ объ устроенномъ имъ термостатѣ. Приборъ этотъ, служащій для поддерживанія постоянной температуры опредѣленнаго пространства, предназначается для бактеріологическихъ изслѣдованій; вслѣдствіе остроумнаго примѣненія дифференціальнаго нагрѣванія въ термостатѣ Пильчикова температура колеблется въ предѣлахъ $^1/_{20}$°С.—3) Особенно горячія пренія возбудилъ докладъ І. А. Клейбера о зависимости испаренія отъ формы сосуда. Предполагая, что испареніе можетъ происходить не только съ поверхности, но и изъ глубины жидкости, можно допустить, что глубина сосуда и форма дна должны оказывать вліяніе на быстроту испаренія. Произведенные по этому плану опыты качественно подтвердили предположенія докладчика, выведенныя теоретическимъ путемъ.—4) А. И. Ефимовъ сообщилъ о магнитныхъ свойствахъ газовъ; статья эта появится въ скоромъ времени въ печати въ видѣ отдѣльной брошюры. *О. Стр.* (Спб.)

♦ **Употребленіе трубокъ Гейслера для наблюденія колебательныхъ движеній.** (Comptes Rendus, t. CVI, p. 543).

Хорошо извѣстно, что если освѣщать трубкою Гейслера, то, при благопріятномъ перемежающемся освѣщеніи, молоточекъ бобины, видимый въ теченіе весьма короткаго промежутка времени въ положеніи, соотвѣтствующемъ моменту, когда онъ покидаетъ край соприкосновенія съ прерывателемъ, кажется совершенно неподвижнымъ.—Это явленіе послужило Izarn'у точкой отправленія для изученія колеблющихся тѣлъ помощію трубокъ Гейслера. Такимъ путемъ онъ рекомендуетъ наблюдать вибраціи нити, прикрѣпленной однимъ изъ своихъ концевъ къ камертону, сообщающему ей свои колебанія,—при чемъ камертонъ въ то же время служитъ прерывателемъ; болѣе простое средство состоитъ въ томъ что нить прикрѣпляютъ къ самому молоточку бобины, доставляющей освѣщеніе. Эти опыты, позволяющіе видѣть узлы и переходы отъ одной формы къ другой, чрезвычайно интересны.

Авторъ прилагалъ свой методъ также къ наблюденію волнъ, вызываемыхъ на поверхности ртути ударами молоточка бобины, и не находитъ ничего болѣе красиваго этихъ опытовъ; если сосудъ, въ которомъ налита ртуть, былъ эллиптической формы, а молоточекъ ударялъ въ одинъ изъ фокусовъ, то явленіе, производимое отраженіемъ свѣта Гейслеровой трубки въ другомъ фокусѣ, было совершенной чистоты.

Наконецъ описанный методъ былъ приложенъ Izarn'омъ къ изученію струи жидкости, и ему удалось фотографировать ее.

*Ив. Г—скій* (Кіевъ).

♦ **Электрохимическія вліянія на магнитное желѣзо. Эндрюсъ.** (*Andrews.* Proc. Roy. Soc. XLII. p. 459. 1887).

Авторъ задался цѣлью изслѣдовать различіе съ электрохимической точки зрѣнія магнитнаго желѣза отъ немагнитнаго. Для этого онъ бралъ

два куска, изъ которыхъ одинъ подвергался дѣйствію намагничивающей катушки, а другой оставался ненамагниченнымъ, и дѣйствовалъ на оба куска сильно окисляющими жидкостями и растворами солей.

Главный результатъ состоитъ въ томъ, что намагничиваніе влечетъ за собою *повышеніе электрохимическаго вліянія жидкостей.* Для жидкостей, содержавшихъ азотную кислоту, окисленіе увеличивалось, магнитный металлъ дѣлался положительнымъ; для сѣрной и соляной кислотъ количество возстановляющихъ веществъ увеличивалось и магнитный брусокъ становился отрицательнымъ. *Бхм.*

♦ **Способъ наблюдать дѣйствіе магнита на жидкости. Морегедъ.** (*S. T. Morehead.* Amer. Journ. of Science. 34. p. 227. 1887).

Демонстрируя опыты надъ діамагнитностью жидкостей, авторъ напалъ на слѣдующій способъ, отличающійся отъ способа *Плюкера* своей простотой и чувствительностью. (Плюкеръ вливалъ жидкость на часовое стеклышко и ставилъ его на полюсы сильнаго магнита). Жидкость въ небольшомъ количествѣ вливается въ стеклянную трубку, около 4—5 мм. внутренняго діаметра, такъ чтобы она образовала короткій цилиндръ. Трубка устанавливается горизонтально и кромѣ того перпендикулярно къ линіямъ силъ и по возможности ближе къ полюсамъ. Если замкнуть намагничивающій токъ, то жидкость въ трубкѣ явственно отталкивается; вода отталкивается приблизительно на $^1/_2$ цент., а древесный спиртъ еще дальше. Этимъ способомъ можно демонстрировать такъ же легко и магнитизмъ жидкостей. *Бхм.*

♦ **Спиралеобразные вихри въ пламени. Гольцъ.** (*W. Holtz.* Gött. Nachr. p. 556. 1887).

Металлическая трубка, снизу закрытая пробкой, 10 цм. длиною и отъ 2—3 цм. шириною, прикрѣпляется къ плечу штатива. Черезъ средину пробки продѣта узкая короткая трубка, совпадающая съ верхней частью пробки, и соединенная съ газопроводомъ. Газъ, поднимающійся медленно вверхъ по широкой трубкѣ, зажигается въ верхней ея части, при чемъ притокъ газа регулируется такъ, чтобы образовалось маленькое голубоватое пламя. Затѣмъ на плечѣ второго штатива прикрѣпляется по возможности длинная трубка, 3—4 цм. шириною, или же короткій стеклянный цилиндръ, удлиненный при помощи кардонной трубки; эта длинная трубка должна обхватывать нижнюю трубку на разстояніи 5—8 мм. по длинѣ. Сейчасъ же пламя начнетъ горѣть свѣтлѣе, при чемъ образуется спиралеобразный вихрь, вгибающійся внутрь. Это происходитъ онъ сильнаго притока воздуха по окружности металлической трубки, вслѣдствіе чего внутри ея образуется разряженіе.

*Бхм.*

## Метеорологія.

**Высота облаковъ. Кольраушъ.** (*W. Kohlrausch.* Wied. Ann 31. p. 1047. 1887).

Въ ночь съ 15 на 16 іюня 1887 года въ $12^1/_2$ часовъ авторъ замѣтилъ нѣсколько правѣе подъ полярной звѣздой при вполнѣ ясномъ

небѣ какъ разъ надъ горизонтомъ бѣлую, свѣтящуюся узкую полосу. Явленіе было такъ свѣтло въ безлунную ночь, что оно явственно давало тѣни; чрезъ бинокль оно казалось ослѣпительнымъ, нѣжнымъ неправильнымъ облачкомъ. Авторъ могъ наблюдать это явленіе, первоначальное мѣсто котораго онъ хорошо замѣтилъ, до 2 часовъ; освѣщеніе медленно увеличивалось и облачко, которое несомнѣнно было освѣщено солнцемъ, казалось распространяющимся вверхъ и къ востоку.

Вычисленіе показало, что наблюдавшееся облако, чтобы быть въ это время видимымъ отъ освѣщенія солнцемъ, должно было быть удалено отъ поверхности земли по меньшей мѣрѣ на 60 километровъ (около 55) и имѣть свое положеніе приблизительно надъ Гётаборгомъ въ Швеціи. (Явленіе было наблюдаемемо въ Ганноверѣ).

*Бхм.*

*Прим. редакціи.* Не менѣе поразительные факты, къ этому интересному вопросу относящіеся, были сообщены пр. В. К. Цераскимъ въ прошломъ году въ Московскомъ Мат. Обществѣ. Заимствуемъ изъ его книги („Астрономическій фотометръ и его приложенія,“ стр. 76 и сл.) нижеслѣдующія строки.

„Лѣтомъ 1885 г., около времени солнцестоянія съ Московской Обс. „замѣчены были особаго рода облака. Отличаясь видомъ отъ прочихъ, „они бросались въ глаза прежде всего своимъ свѣтомъ. Облака эти ярко „блистали на ночномъ небѣ чистыми, бѣлыми, серебристыми лучами, „иногда съ легкимъ голубоватымъ отливомъ, принимая, въ непосред„ственной близости горизонта, желтый, золотистый оттѣнокъ. Бывали „случаи, что отъ нихъ дѣлалось свѣтло, стѣны зданій весьма замѣтно „озарялись, и неясно видимые предметы рѣзко выступали..... Эти облака „производили, иногда по крайней мѣрѣ, впечатлѣніе чего-то плотнаго, „массивнаго и однакоже обладали, къ нашему удивленію, весьма высокою „прозрачностью. Я много разъ видѣлъ прохожденіе ихъ черезъ звѣзды, „но ослабленія звѣзднаго свѣта не замѣтилъ.—Кромѣ того, скоро обна„ружилось, что облака представляютъ еще весьма замѣчательную осо„бенность: въ извѣстномъ мѣстѣ неба они видны только при опредѣлен„номъ пониженіи солнца подъ горизонтомъ, ни до, ни послѣ; такъ что „ночью или днемъ небо можетъ казаться, при самомъ внимательномъ „наблюденіи, совершенно чистымъ, и, не смотря на это, облака можетъ „быть покрываютъ весь сводъ и густо стоятъ надъ головою наблюдателя... „Такимъ образомъ, можетъ быть часто мы дѣлаемъ фотометрическія опре„дѣленія блеска звѣздъ черезъ подобныя облака, отнюдь этого не подозрѣвая, „или даже записывая въ журналъ, что атмосферныя условія были осо„бенно хорошія. И наконецъ, если облака могутъ быть совершенно не„видимыми, то почему не предположить, что въ высшихъ слояхъ атмо„сферы существуютъ, также незамѣчаемыя нами, цѣлыя системы иныхъ „матеріальныхъ частицъ?“

Далѣе авторъ излагаетъ пріемъ опредѣленія высоты этихъ облаковъ, что и было имъ выполнено совмѣстно съ г. Бѣлопольскимъ. Изъ этихъ опредѣленій оказалось, что, среднимъ числомъ, при зенитномъ разстояніи въ Москвѣ=79° высота облаковъ была=69 верстамъ; при этомъ облака

эти находились въ 360 верстахъ отъ московскаго наблюдателя и стояли приблизительно надъ городами Даниловымъ и Любимомъ Ярославской губ. близь границы Вологодской губ. „До сихъ поръ—прибавляетъ авторъ—„никто и никогда, если не ошибаюсь, не видѣлъ облаковъ на такой „высотѣ, гдѣ, казалось, пролетаютъ лишь метеоры, да падающія звѣзды.“

# Смѣсь.

**Кровавый дождь.** Нѣкто г. Thoraude разсказываетъ въ замѣткѣ, сообщенной французской Академіи наукъ, о кровавомъ дождѣ, выпавшемъ 13 декабря 1887 г. въ Кохинхинѣ. Явленіе это наблюдалось не только самимъ разсказчикомъ, но и другими лицами, и обнаружилось въ томъ, что на платьѣ, лицѣ и рукахъ всѣхъ этихъ лицъ осѣли мелкія капли, имѣвшія полное сходство съ каплями сгущенной крови. Во время паденія капель небо было покрыто облаками, хотя никто не видѣлъ, какъ шелъ дождь; но тѣмъ не менѣе почва оказалась влажною. Зонтикъ г. Thoraude, запятнанный каплями такого необычайнаго дождя, будетъ подвергнутъ изслѣдованію съ цѣлью опредѣленія природы этихъ капель.

По поводу этого сообщенія, помѣщеннаго въ Comptes Rendus (t. CVI, p. 779), Blanchard напечаталъ въ томъ же почтенномъ органѣ Академіи слѣдующую замѣтку: „во всѣ времена говорили съ суевѣрнымъ ужасомъ о кровавыхъ дождяхъ, или о водѣ, превратившейся въ кровь. Дѣйствительно нѣкоторыя воды представляютъ интенсивно красную окраску, которая около полувѣка занимаетъ многихъ наблюдателей. Въ средиземныхъ странахъ нѣкоторыя болота кажутся совершенно красными. Въ 1836 г. Payen приписывалъ эту окраску присутствію въ водѣ Artemia Salina изъ вида ракообразныхъ. Вскорѣ затѣмъ Dunal замѣтилъ, что окраска зависитъ отъ растительнаго организма изъ рода *Protococcus*. Въ 1840 г. N. Joly подтвердилъ наблюденія Dunal'я и доказалъ, что Artemia обязана своею окраскою тому обстоятельству, что она пожираетъ Protococcus.

Такимъ образомъ понятно, что воды, окрашенныя этимъ способомъ, благодаря ударамъ вѣтра или урагана, могутъ оросить почву и проходящихъ.“ *Ив. Г—скій* (Кіевъ).

♦ **Искусственные рубины.** (Comptes Rendus, t. CVI, p. 565).

Въ минувшемъ февралѣ Fremy и Verneuil демонстрировали въ засѣданіи французской Академіи наукъ полученные ими искусственнымъ путемъ рубины. Методъ этихъ ученыхъ состоитъ въ томъ, что на глиноземъ, содержащій слѣды двухромовокислаго калія, они дѣйствовали при сильномъ нагрѣваніи фтористыми соединеніями, преимущественно фтористымъ баріемъ. Въ образовавшейся пористой, рыхлой, бѣлаго цвѣта массѣ найдены были рубины съ ихъ превосходной окраской, легко отдѣлявшіеся отъ содержавшей ихъ массы простымъ промываніемъ, при чемъ они, обладая большимъ удѣльнымъ вѣсомъ чѣмъ масса, падали на дно сосуда, тогда какъ обломки послѣдней, какъ болѣе легкіе, суспенсировались въ водѣ.

Полученные такимъ путемъ рубины представляли собою ромбоэдрическіе кристаллы, ничѣмъ не отличающіеся отъ естественныхъ; анализъ ихъ показалъ, что они состоятъ изъ чистаго глинозема, окрашеннаго слѣдами хрома; они обладаютъ алмазнымъ блескомъ и превосходной окраской; твердость ихъ равна твердости естественныхъ рубиновъ, и они легко чертятъ топазъ; подобно естественнымъ, они при нагрѣваніи дѣлаются черными, опять принимая розовую окраску при охлажденіи. Извѣстный минералогъ Des Cloizeau, изслѣдовавшій искуственные рубины съ кристаллографической точки зрѣнія, нашелъ ихъ ничѣмъ не отличающимися отъ натуральныхъ рубиновъ и говоритъ, что полученіе ихъ представляетъ прекрасный образецъ минералогическаго синтеза.

*Ив. Г—скій* (Кіевъ).

---

# Разныя извѣстія.

**Инструкція для наблюденія ударовъ молніи.** Не можемъ не отмѣтить здѣсь новаго доказательства дѣятельности Одесской Метеорологической Обсерваторіи. На дняхъ мы получили разсылаемыя теперь всѣмъ желающимъ вышеназванныя инструкціи и бланки для отвѣтовъ; для ознакомленія съ ними читателей, изъ которыхъ нѣкоторые пожелаютъ, быть можетъ, сдѣлаться корреспондентами Одесской Обсерваторіи, приводимъ текстъ инструкціи цѣликомъ.

„Повторяющіеся въ послѣднее время случаи паденія молніи заставили метеорологическую обсерваторію Новороссійскаго университета „обратить особенное вниманіе на подробное и обстоятельное изученіе „тѣхъ условій, при которыхъ происходятъ грозовые разряды. Съ этою „цѣлью, составлена программа, въ кототорой помѣщенъ рядъ вопросовъ, „касающихся главнѣйшихъ обстоятельствъ, сопровождающихъ паденіе „молніи. Метеор. Обс. Новор. Унив. обращается къ лицамъ, интересующимся развитіемъ научныхъ знаній, съ покорной просьбой оказать возможное содѣйствіе для успѣшнаго рѣшенія намѣченной задачи; содѣйствіе это можетъ выразиться составленіемъ подробныхъ описаній случаевъ паденія молніи по прилагаемой при этомъ программѣ; особенный „интересъ представляетъ, конечно, описаніе, составленное на основаніи „*личнаго* осмотра и изученія произведенныхъ молніей поврежденій; само „собою понятно, что не всегда возможно дать точные и опредѣленные отвѣты „на всѣ вопросы программы; поэтому, въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ, „можно ограничиться описаніемъ той стороны явленія, которая была „ближе всего изслѣдована наблюдателемъ; другіе-же вопросы программы „могутъ быть оставлены безъ отвѣта. Просятъ составлять описаніе или „на самомъ-же бланкѣ, или на отдѣльныхъ листахъ и отвѣты присылать „въ Одессу (университетъ, метеорологическая обсерваторія). Бланки, „наполненные отвѣтами, высылаются подъ бандеролью въ Одессу, а копіи „хранятся у наблюдателей.“

Далѣе идетъ рядъ вопросовъ касательно удара молніи „на линіи телеграфа“ и „внѣ линіи телеграфа.“

Тутъ же приложена и вторая *инструкція, составленная г. Габбе, для наблюденія облаковъ,* въ которой обращается главное вниманіе на наблюденія *верхнихъ* облаковъ въ связи съ слѣдующими за ними осадками.

Будемъ надѣяться, что энергическія попытки Одесской Обсерваторіи привлечь къ метеорологическимъ наблюденіямъ возможно большее число лицъ, не останутся безъ благихъ результатовъ какъ для разъясненія многихъ научныхъ вопросовъ, такъ и для увеличенія нашихъ скудныхъ пока средствъ самозащиты отъ естественныхъ проявленій враждебныхъ для насъ силъ природы.

---

# Задачи.

**№ 296.** Изъ двухъ станцій желѣзной дороги отправлены въ одинъ и тотъ же моментъ въ одну и ту-же сторону два поѣзда. Задній требуетъ $2^1/_5$ часа, чтобы прибыть на станцію, изъ которой вышелъ передній поѣздъ, движущійся въ $2^{16}/_{17}$ раза медленѣе задняго. Когда этотъ послѣдній догонитъ передній поѣздъ? *И. Жукъ* (Кіевъ).

**№ 297.** Построить кругъ касательный къ двумъ даннымъ кругамъ такъ, чтобы его радіусы, проведенные въ точки касанія, составляли данный уголъ. *Н. Паатовъ* (уч. Тифл. р. уч.)

**№ 298.** Найти условія, при которыхъ выраженія $2x+1$ и $2x-1$ будутъ полными квадратами. *Н. Соболевскій* (Москва).

**№ 299.** Имѣются два ртутные термометра. Вмѣстимость резервуара перваго при одинаковыхъ условіяхъ втрое меньше, а высота столбика ртути при нагрѣваніи на одно и то же число градусовъ—въ $^3/_4$ раза меньше, чѣмъ во второмъ термометрѣ. Найти отношеніе діаметровъ трубокъ. *А. Войновъ* (Харьковъ).

**№ 300.** Данъ треугольникъ ABC; на сторонахъ AB и AC найти такія точки D и E, чтобы BD=DE=EC.
*Ип. Пламеневскій* (Т. Х. Шура).

**№ 301.** Общество изъ $2m$ лицъ раздѣляется на $m$ паръ для игры. Сколькими способами оно можетъ такъ раздѣлиться?
*Г. Флоринскій* (Кіевъ).

**№ 302.** Извѣстно, что въ каждомъ треугольникѣ можно построить три вписанные квадрата.

Доказать, что если каждую точку, лежащую на сторонѣ треугольника и дѣлящую пополамъ сторону соотвѣтственнаго вписаннаго квадрата, соединимъ прямою линіею съ противоположною вершиною треугольника, то три такія прямыя пересѣкутся въ одной точкѣ.
*Д. Расторгуевъ* (Якутскъ).

## Упражненія для учениковъ.

1) Разложить на множители каждый изъ слѣдующихъ многочленовъ:

1) $25x^2-(4y^2-12yz+9z^2)$
2) $a^2+4ab-12b^2$
3) $4(x-3)^2+20(x-3)+25$
4) $x^4+2x^3+8x+16$
5) $x^4-25x^2+144$.

2) Написать непосредственно тотъ многочленъ, квадратъ котораго

$$4x^6-20x^4+12x^3+25x^2-30x+9.$$

3) Написать непосредственно тотъ многочленъ, квадратъ котораго

$$729x^6+162x^4-54x^3+9x^2-6x+1.$$

4) Пользуясь тѣмъ, что

$$\sqrt{100a(a+1)+25}=10a+5,$$

„въ воздухѣ" извлечь корень 8-й степени изъ числа 390625.

5) Рѣшить *устно* уравненіе

$$3[3\{3(3x-2)-2\}-2]-2=1.$$

6) Рѣшить *устно* уравненіе

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-1\frac{1}{2}\right)-1\frac{1}{2}\right)-1\frac{1}{2}\right]-1\frac{1}{2}=0.$$

7) Рѣшить *устно* систему

$$x+y+z=36$$
$$3y=4x$$
$$3z=2x.$$

8) Рѣшить *устно* систему

$$x+y+2z=25$$
$$x+2y+z=24$$
$$2x+y+z=23.$$

9) Рѣшить *устно* систему

$$x^2+y^2=130$$
$$\frac{x+y}{x-y}=\frac{8}{1}.$$

10) Зная, что при нѣкоторомъ основаніи:

$$\log 2 = 0{,}30103,\ \log 3 = 0{,}47712,\ \log 10 = 1,$$

вычислить, при томъ же основаніи, логариѳмы чиселъ: 15, 25, 40, 125.

*А. Гольденбергъ* (Спб.)

---

# Рѣшенія задачъ.

**№ 159.** Стороны нѣкотораго треугольника измѣряются цѣлыми числами, составляющими ариѳметическую прогрессію; если увеличить каждую изъ сторонъ на 50 д., то радіусъ вписанной окружности увеличится на 17 д.; если же увеличить каждую изъ сторонъ на 60 д., то радіусъ вписанной окружности увеличится на 20 д. Вычислить стороны треугольника.

Обозначимъ меньшую сторону треугольника чрезъ $x$, разность прогрессіи чрезъ $y$ и радіусъ вписаннаго круга R. Тогда, очевидно, учетверенная площадь треугольника представится въ такомъ видѣ:

$$\sqrt{3(x+y)(x+3y)(x+y)(x-y)}=6R(x+y),$$

или, по возвышеніи въ квадратъ и сокращеніи, найдемъ

$$(x-y)(x+3y)=12R^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Подобнымъ же образомъ:

$$(x-y+50)(x+3y+50)=12(R+17)^2 \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

и

$$(x-y+60)(x+3y+60)=12(R+20)^2. \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Вычитая (2) изъ (3), имѣемъ:

$$\frac{5(x+y)-58}{18}=R \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

а при вычитаніи (1) изъ (2) находимъ

$$\frac{25(x+y)-242}{102}=R \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Исключая изъ (4) и (5) $(x+y)$, получимъ

$$R=4,$$

тогда $x+y=26$ и изъ (1) легко опредѣлить, что $y=\pm 11$. Слѣдов. искомыя стороны суть:

15, 26 и 37 д.

*Н. Артемьевъ* (Спб.), *С. Шатуновскій* и *А. Бобятинскій* (Ег. зол. пр.), *Н. Шимковичъ* (Х.), *Я. Тепляковъ* (К.). Ученикъ Курск. г. (8) *І. Ч.*

**№ 175.** Опредѣлить $x$, $y$, $z$, $t$ изъ уравненій:

$$x\sqrt[4]{y}+t\sqrt[4]{z}=a$$
$$x\sqrt{y}+t\sqrt{z}=b$$
$$x\sqrt[4]{y^3}+t\sqrt[4]{z^3}=c$$
$$xy+tz=d$$

и общее рѣшеніе примѣнить къ частному случаю, когда:

$$a=c=5,\ b=7,\ d=-17.$$

Полагая $\sqrt[4]{y}=u$, $\sqrt[4]{z}=v$, $xu=r$, $tv=s$, мы замѣнимъ данныя уравненія слѣдующими:

$$r+s=a$$
$$ru+sv=b$$
$$ru^2+sv^2=c$$
$$ru^3+sv^3=d$$

Изъ первыхъ двухъ уравненій имѣемъ:

$$r=\frac{b-av}{u-v},\quad s=\frac{au-b}{u-v}.$$

Подставивъ эти величины въ слѣдующія два уравненія, получимъ:

$$\frac{b-av}{u-v}u^2+\frac{au-b}{u-v}v^2=c,$$
$$\frac{b-av}{u-v}u^3+\frac{au-b}{u-v}v^3=d.$$

Эти уравненія, послѣ небольшихъ преобразованій, примутъ такой видъ:

$$b(u+v)-auv=c$$
$$b(u^2+uv+v^2)-auv(u+v)=d,$$

полагая здѣсь $u+v=p$, $uv=q$, получимъ:

$$bp-aq=c,\ b(p^2-q)-apq=d.$$

Первое дастъ

$$q=\frac{bp-c}{a},$$

тогда второе, послѣ подстановки, обращается въ такое:

$$(ac-b^2)p=ad-bc$$

откуда

$$p=\frac{ad-bc}{ac-b^2}.$$

Опредѣляя теперь $q$ чрезъ величину $p$, найдемъ:

$$q=\frac{bd-c^2}{ac-b^2}.$$

Зная $p$ и $q$, можно найти $u$ и $v$. Это будутъ корни квадратнаго уравненія

$$\xi^2-p\xi+q=0;$$

который изъ нихъ брать за $u$ и который за $v$, очевидно, безразлично. По найденнымъ значеніямъ $u$ и $v$ опредѣлимъ $r$ и $s$, а затѣмъ найдемъ

$$x=\frac{r}{u},\ t=\frac{s}{v},\ y=u^4,\ z=v^4.$$

Прилагая указанный способъ къ частному случаю, когда $a=c=5$, $b=7$, $d=-17$, будемъ имѣть:

$$p=5,\ q=6;\ u=3;\ v=2;\ r=-3;\ s=8;$$

тогда:

$$x=-1,\ t=4,\ y=81,\ z=16.$$

*Н. Артемьевъ* (Спб.), *В. Каганъ* (Одесса). Ученики: Урюп. р. уч. (6) *Н. А.*, Курск. г. (8) *Н. А.*, Новг.-Сѣв. г. (?) *П. Х.*, Тул. г. (7) *Н. И.*, Тифл. р. уч. (6) *Н. П.* и (7) *М. К.*, Астр. г. (8) *И. К.* Смол. г. (?) *С. Б.*

**№ 192.** Сдѣлавъ незначительное преобразованіе во второй части равенства

$$(10n+5)^2=100n^2+100n+25$$

можно открыть удобный пріемъ для возвышенія въ квадратъ числа, которое оканчивается на 5. Въ чемъ заключается этотъ пріемъ?

Взявъ во второй части въ двухъ первыхъ членахъ $100n$ за скобки получимъ:

$$(10n+5)^2=100n(n+1)+25.$$

т. е. чтобы возвысить въ квадратъ число вида $10n+5$, необходимо число $n$ умножить на слѣдующее за нимъ натуральное число $(n+1)$, это произведеніе умножить на 100 и прибавить 25.

*С. Блажко* (См.), *Н. Шимковичъ* (Х.), *Я. Тепляковъ* (Кіевъ), *Н. Писаржевскій* (Овручъ). Ученики: Курск. г. (6) *Т. Шат.*, Никол. г. (8) *А. В.*, Уфим. г. (6) *А. Э.*, Нов.-Сѣв. г. (8) *А. Ч.*, Курск. г. (5) *В. Х.*, (7) *А. В.* и (8) *І. Ч*, Нов.-Сѣв. г. (7) *С. В.*, Тифл. р. уч. (6) *Н. П.* и (7) доп. кл. *М. К.*, Симб. к. к. (7) *С. Э.*, Ворон. к. к. (6) *А. П.*, Кам.-Под г. (6) *А. Р.*

**№ 210.** Въ прямоугольникѣ ABCD точка M дѣлитъ сторону AB такъ что AM:MB=2:5, а точка N дѣлитъ сторону CD такъ что CN:ND==3:8. Въ какомъ отношеніи дѣлитъ прямая MN площадь прямоугольника?

Прямая MN дѣлитъ площадь прямоугольника на двѣ трапеціи. Назовемъ площадь трапеціи AMND чрезъ Q и трапеціи MBCN чрезъ Q′, тогда искомое отношеніе будетъ:

$$\frac{Q}{Q'}=\frac{AM+ND}{MB+NC}\ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (1)$$

Изъ условія имѣемъ

$$AM=\frac{2}{5}BM \text{ и } CN=\frac{3}{8}ND.$$

Такъ какъ

$$AM+MB=AB,$$

слѣд.

$$\frac{2}{5}BM+BM=AB,$$

откуда

$$BM=\frac{5}{7}AB, \text{ и } AM=\frac{2}{7}AB.$$

Такимъ же образомъ найдемъ, что

$$CD=AB=\frac{3}{8}ND+ND;$$

тогда

$$ND=\frac{8}{11}AB \text{ и } CN=\frac{3}{11}AB.$$

Подставляя теперь въ выраженіе (1) вм. AM, MB, ND, NC ихъ величины въ функціи AB, получимъ послѣ всѣхъ сокращеній:

$$Q:Q'=39:38.$$

*Н. Шимковичъ* (Хар.), *Я. Тепляковъ* (Кіевъ), *А. Веприцкій* (Карсъ), *М. Кузьменко* (сл. Бѣлая). Ученики: Никол. г. (8) *А. Вас.*, Вязем. г. (6) *В. В.* и *М. М.*, Курск. г. (5) *В. Х.* и (6) *А. П.*, Кіев. I г. (7) *В. Б.*, Нов.-Сѣв. г. (7) *С. В.* и *М. Х.* и (8) *А. Ч.*, Екат. г. (8) *А. В.* и *К. Я.*, Астр. г. (8) *И. К.*, Лубен. г. (8) *А. В.*, Тульск. г. (7) *Н. И.*, Вят. р. уч. (6) *И. П.*, Смол. г. (?) *С. Б.*, Кам.-Под. г. (6) *А. Р.*, Тифл. р. уч. (6) *Н. П.*

## Запоздалыя рѣшенія:

*А. Бобятинскій* (Ег. вол. пр.) №№ 66, 79, 194. *П. Артемьевъ* (Спб.) № 119. *В. Вознесенскій* № 177. *Кузьменко* № 194, 199. *Н. Шимковичъ* (Х.) №№ 94, 105, 108, 109.

*Р. Дроздовъ* №№ 162, 163. *П. Сиротининъ* № 161. *В. Каганъ* (Одесса) № 164. Ученики: Кам.-Под. г. (6) *А. Р.* №№ 138, 161, 194. Вор. к. к. (?) *А. П.* №№177, 199; *В. Х.* (?) № 194. Симб. к. к. (7) *С. Э.* № 134. Тифл. р уч. *Н. П.* №№ 177, 199, 207. Курск. г. (5) *В. Х.* № 162; (8) *І. Ч.* №№ 111, 162. Астрах. г. (8) *И. К.* № 169. Смол. г. (?) *С. Б.* № 199. Тул. г. (7) *Н. И.* № 103. Жиздр. г. (?) *Д. К.* № 114. Уфим. г. (?) *А. Э.* № 161. Вор. г. (?) *И. К.* № 161.

## Извѣщенія конторы редакціи.

Съ 15-го февраля по 1-ое апрѣля текущаго года получены деньги, согласно ранѣе высланнымъ счетамъ, отъ слѣдующихъ учебныхъ заведеній: Елатомской гимн. по сч. № 26—12 р., Динабургскаго р. уч. по сч. № 41—6 р., Плоцкой гимн. по сч. № 71—6 р., Уральской Войсковой гимн. по сч. № 72—6 р., Вяземской Смол. Земства гимн. по сч. № 74—6 р., Иваново-Вознесенскаго р. уч. по сч. № 76—6 р., Брянской прог. по сч. № 77—6 р., Елецкой гимн. по сч. № 78—6 р., Варшавской 3-ей женской гимн. по сч. № 79—6 р., Кишиневской 2-ой гимн. по сч. № 83—6 р., Бердянской гимн. по сч. № 85—6 р., Алатырской прог. по сч. № 88—6 р., Гродненской гимн. по сч. № 95—6 р., Псковской гимн. по сч. № 100—6 р., Минскаго р. уч. по сч. № 110—6 р., Краснослободской прог. по сч. № 112—6 р., Кобринскаго уѣздн. уч. по сч. № 113—6 р., Вологодской гимн. по сч. № 114—6 р. (по ошибкѣ по тому-же счету уплоченно второй разъ 6 р.), Кутаисской гимн. по сч. № 120—6 р., Касимовской прог. по сч. № 120—6 р., Путивльскаго ремесл. уч. Маклаковыхъ по сч. № 121—6 р., Россіенскаго гор. уч. по сч. № 125—6 р., Алатырскаго гор. уч. по сч. № 126—6 р., Мглинскаго гор. уч. по сч. № 127—5 р., Тырновской (въ Болгаріи) женск. гимн. по сч. № 128—6 р., Тамбовской женск. гимн. по сч. № 130—6 р. и Корочанской гимн. по сч. № 131 (за книги)—12 р. (не доплочено 38 коп.).

Съ 15-го февраля по 1-ое апрѣля текущаго года были разосланы Квитанціи въ полученіи денегъ слѣдующимъ учебнымъ заведеніямъ: Пинчовской прог., Владикавказскому р. уч., Гороховецкому гор. уч., Царыцинской женск. гимн., Владимірской (губ.) гимн., Бердичевскому гор. уч., Каменецъ-Подольскому гор. уч., Вязниковскому гор. уч. (по ошибкѣ на 6 р. вмѣсто на 3 р.), Керченской гимн., Кіевской Коллегіи П. Галагана, Николаевской морской офиц. библ., Карачевской прог., Екатеринбургской гимн., Поливановской учит. сем., Благовѣщенской учит. сем., Астраханскому р. уч., Московской 2-ой гимн., Бугульминскому гор. уч., Бузулукскому гор. уч., Таврической дух. сем., Байрамчской учит. сем., Екатеринославской женск. гимн., Бахмутской прог., Бобровской прог., Богучарскому гор. уч., Варшавской 5-ой гимн., Харьковской 3-ей гимн., С.-Петербургской 10-ой гимн. и (особая росписка) Филиппопольской (Пловдивской въ Болгаріи) гимн.

Учебныя заведенія, не получившія почему бы то ни было Счета или Квитанціи, благоволятъ сообщать объ этомъ конторѣ редакціи.

Учебнымъ заведеніямъ, подписывающимся на журналъ черезъ посредство книжныхъ магазиновъ, Счета и Квитанціи не высылаются.

Книжнымъ магазинамъ, въ пріемѣ отъ нихъ подписки и подписной платы (за вычетомъ 5% въ ихъ пользу) высылаются билеты. Подписка въ кредитъ отъ книжныхъ магазиновъ не принимается.

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Кіевъ, 8 Апрѣля 1888 года.
Типографія И. Н. Кушнерева и К°, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.

# ЧАСТНЫЯ ОБЪЯВЛЕНІЯ.